

Geometría Euclidiana y No Euclidiana

01270 sección 01

Semestre I de 2001

Temática:

La estructura axiomática que dio Euclides a la geometría ha sido desde entonces el paradigma de la matemática. Este modelo pareció resquebrajarse durante el siglo pasado con una geometría "diferente", propuesta por Bolyai y Lobachevsky. Sin embargo, el impasse se resolvió aclarando y fortaleciendo el paradigma axiomático.

Este curso intenta responder dos preocupaciones históricas:

- ¿Qué es un sistema axiomático formal?
- ¿Cómo imaginarnos geometrías diferentes sin caer en contradicciones?

Pre-requisitos:

Cálculo Diferencial (01111) y Geometría Analítica (01115) o autorización del Departamento. (Para casos excepcionales 01115 puede ser un correquito.)

Objetivos:

A través de una teoría particular, la geometría, el estudiante deberá:

- Comprender la razón de ser de un sistema formal axiomático y su *modus operandi*;
- Usar su imaginación para hacer conjeturas respecto a resultados del sistema axiomático;
- Comprobar la validez o falsedad de conjeturas con una demostración o un contra-ejemplo;
- Resolver problemas referente al sistema axiomático y sus modelos.

El curso también trata de lograr que el estudiante pueda estudiar un libro riguroso de matemáticas y se exprese correctamente con el lenguaje matemático en presentaciones orales y escritas.

Contenidos:

1. Nociones Preliminares

Axiomas y modelos; conjuntos y relaciones de equivalencia; funciones.

2. Geometría de incidencia y métrica

Definición y modelos de geometría de incidencia; geometría métrica; sistemas especiales de coordenadas.

3. Interestancia y Figuras Elementales

Descripción alternativa del plano euclidiano; interestancia; segmentos y rayos; ángulos y triángulos.

4. Separación del Plano

El axioma de separación del plano (ASP); ASP para los planos euclidiano e hiperbólico; geometrías de Pasch; teorema del travesaño; cuadriláteros convexos.

5. Medida de Angulos

La medida de un ángulo; plano de Moulton; perpendicularidad y congruencia de ángulos; medidas de ángulos euclidiana e hiperbólica.

6. Geometría Neutral

Axioma lado-ángulo-lado (LAL); teoremas de congruencia de triángulos; teorema del ángulo exterior; triángulos rectángulos; círculos y sus tangentes; (teorema de los dos círculos).

7. Teoría de Paralelas

Existencia de paralelas; cuadriláteros de Saccheri; función crítica.

8. Geometría Hiperbólica

Rayos y triángulos asintóticos; suma de ángulos y defecto de un triángulo; distancia entre dos paralelas.

9. Geometría Euclidiana

Formas equivalentes del 5º postulado de Euclides; teoría de semejanza; algunos teoremas clásicos.

10. Área

La función área; la existencia del área euclidiana; la existencia del área hiperbólica.

11. Teoría de Isometrías

Reflexiones y el axioma del espejo; el axioma LAL en el plano hiperbólico

Evaluación:

3 Exámenes Parciales	(15% c/u)	45%
Exposición		20%
Tareas y participación		15%
Examen Final		20%

Texto:

Millman, Richard S. y Parker, George D. *Geometry: A metric approach with models*. Springer-Verlag UTM, 1981.

Bibliografía adicional:

Coxeter. *Introduction to Geometry*. Wiley.

Choquet. *Geometry in a Modern Setting (L'enseignement de la géométrie)*. Hermann.

Meserve e Izzo. *Fundamentals of Geometry*. Addison-Wesley.

Moise y Downs. *Geometry*. Addison-Wesley.