



## Álgebra Lineal 2

**MATE-116**

**Sección 01**

**Prerrequisitos:** Cálculo Diferencial (MATE-111) e Introducción al Álgebra Lineal (MATE-115).

**Profesor**

Hernando Echeverri Dávila

Oficina: Matemáticas H405 Ext. 2722

Horas de atención:

### De qué trata el curso:

El álgebra lineal es una herramienta potentísima que se utiliza en disciplinas que requieren funciones de varias variables, como son la física, la ingeniería y la economía. Este curso, que es continuación del de **Introducción al Álgebra Lineal**, intenta responder las siguientes preguntas.

¿Cómo se extienden los conceptos tridimensionales de distancia, ángulo y linealidad a espacios de dimensiones superiores con el rigor axiomático de la matemática?

¿Cómo se pueden comprender y tratar de *visualizar* estas extensiones?

¿Qué provecho se puede sacar de la abstracción de los conceptos del álgebra lineal en aplicaciones a las disciplinas mencionadas y a las transformadas de Lorentz, en la Teoría de la Relatividad?

### Objetivos:

A través de este curso, el estudiante deberá:

- Adquirir las herramientas fundamentales del álgebra lineal que serán de utilidad en el estudio de la física y la matemática o en aplicaciones de estas ciencias a la ingeniería, la economía y la biología.
- Comprender la manera como se trabaja en matemáticas, usando los axiomas para deducir teoremas en teorías donde la imaginación puede fallar.
- Usar su intuición para hacer conjeturas respecto a resultados del sistema axiomático y comprobar su validez.

El curso también trata de lograr que el estudiante pueda estudiar un libro riguroso de matemáticas y se exprese correctamente con el lenguaje matemático en presentaciones orales y escritas.

### Contenidos:

1. **Espacios Vectoriales y Productos Internos:** Espacios vectoriales reales y complejos; Magnitud y ángulos en  $\mathbb{C}^n$  y  $\mathbb{R}^n$ ; Subespacios; Espacios de funciones; Espacios con producto interno.
2. **Transformaciones Lineales e Independencia Lineal:** Transformaciones lineales; El álgebra de las transformaciones lineales; Dependencia lineal y dimensión; Bases ortonormales; Transformaciones unitarias y hermitianas.
3. **Álgebra matricial:** Matrices, Coordenadas matriciales de transformaciones lineales; Cambio de base; Rango de una matriz; Sistemas de ecuaciones lineales; Equivalencias por filas y por columnas; Forma diagonal; Computación de matrices inversas.
4. **Determinantes, valores y vectores propios:** Polinomios; Axiomas de los determinantes; Cálculo de determinantes y aplicaciones; Polinomio característico; Valores y vectores propios; Propiedades de los valores propios; Teorema de Cayley-Hamilton; Funciones matriciales; Volúmenes y espacios orientados.
5. **Formas hermitianas y descomposición espectral:** Espacio dual; Formas bilineales y antibilineales; Cambio de base y forma diagonal; Transformaciones hermitianas; Reformulación del teorema espectral; Transformaciones unitarias.
6. **Aplicaciones a la teoría de la relatividad:** Espacios semi- y pseudo-euclidianos; transformaciones pseudo-ortogonales; Principio de relatividad de Galileo; Principio de relatividad de Einstein; Transformaciones de Lorentz.
7. **Triangulación de matrices y forma Normal de Jordan:** Matrices triangulares; Reducción a la forma triangular; Casos de matrices hermitianas y unitarias; Funciones de transformaciones lineales o matrices; Subespacios característicos; Descomposición de operadores lineales; Transformaciones nilpotentes y la forma normal de Jordan.
8. **Álgebra Multilineal y Tensores:** Espacios vectoriales duales; Tensores sobre un espacio vectorial; Ejemplos y aplicaciones.

## Metodología:

- En casa, los estudiantes deben leer la teoría de un texto y resolver problemas referentes a la teoría, para poder discutirlos en clase.
- Explicaciones del profesor donde la participación y las preguntas de los estudiantes son cruciales;
- Talleres de resolución de problemas y exposiciones de estudiantes;
- Laboratorios con el computador de aplicación, simulación y visualización.

## Texto Guía:

Mostow, George D. y Sampson, Joseph H. Linear Algebra. McGraw-Hill, 1969.

## Bibliografía adicional:

- Burgos Román, Juan de. *Álgebra lineal*. McGraw-Hill, 1993.
- Goloviná, L. I. *Álgebra lineal y algunas de sus aplicaciones*. 3a. ed. Moscú: Editorial Mir, 1983
- Greub, Werner H. *Linear Algebra*. 2a. ed. Springer-Verlag, 1963.
- Halmos, Paul. *Finite Dimensional Vector Spaces*. Van Nostrand, 1958.
- Hoffman, Kenneth y Kunze, Ray. *Álgebra lineal*. Prentice Hall, 1973.
- Smimov, V. I. *Linear Algebra and Group Theory*. McGraw-Hill, 1961.

## Sistema Evaluativo:

- 3 Exámenes Parciales (20% c/u) 60%
- Tareas, quizzes y participación 15%
- Examen Final 25%

## Programa:

No.	Fecha	Teoría	Ejercicios	Tema
1	Ene 16 Ma	Introducción - 1.1-1.2		
2	18 Ju	1.3-1.4	1.3: 3,4,5,8	Espacios vectoriales reales y complejos
3	19 Vi	1.5-1.6	1.6: 1,3,4	$C^n$ y $R^n$
4	22 Lu	1.7-1.8	1.7: 2,3,6,7; 1.8: 5	Espacios de funciones
5	23 Ma	1.9	1.8: 7,8,9; 1.9: 6,9	Espacios con producto interno
6	25 Ju	2.1-2.3	2.2: 1,3; 2.3: 2,3,4,5	Transformaciones lineales
7	26 Vi	2.4	2.4: 3,5,7,9	Álgebra de transformaciones lineales
8	29 Lu	2.5	2.5: 2,4,6,8,14,18	Dependencia lineal y dimensión
9	30 Ma	2.6	2.6: 1,2,3,5,6,7,8	Bases ortonormales; transformaciones unitarias y hermitas
10	Feb 1 Ju	Ejercicios		
11	2 Vi	3.1-3.3	3.2: 5,6,12,15,17; 3.3: 6	Matrices y transformaciones lineales
12	5 Lu	3.4	3.3: 7,8,11; 3.4: 2,3,5	Cambio de base
13	6 Ma	3.5	3.5: 1,5,6,7,8	Sistemas de ecuaciones lineales y rango de una matriz
14	8 Ju	3.6-3.7	3.6: 7,8; 3.7: 3,5d	Operaciones de filas y columnas; cómputo de matriz inv
15	9 Vi	Ejercicios		
16	12 Lu	Repaso		
17	13 Ma	PARCIAL 1		
18	15 Ju	4.1-4.2		Polinomios
19	16 Vi	4.3	4.3: 2,5,6,8	Axiomas para determinantes
20	19 Lu	4.4	4.4: 6	Cómputo de determinantes
21	20 Ma	4.5	4.5: 2,6,7,8	Polinomio característico; valores y vectores propios
22	22 Ju	4.6	4.6: 1,3,4,6,7,10,13	Propiedades de valores propios
23	23 Vi	4.7	4.7: 1,2,3,5	Teorema de Cayley-Hamilton
24	26 Lu	4.8-4.9	4.8: 2,3,4; 4.9: 1	Volúmenes y espacios orientados
25	27 Ma	Ejercicios		

26 Mar	1 Ju	5.1-5.2	5.2A: 2,3,4,5	Espacio dual
27	2 Vi	5.2	5.2A: 6,7,8,9,10;	Formas Bilineales y Antibilineales
28	5 Lu	5.2	5.2B: 1,2,3,4	Matrices de formas bilineales y antibilineales
29	6 Ma	5.2	5.2C: 1,2,3	Matrices de formas bilineales y antibilineales
30	8 Ju	5.3	5.3: 1,4,7,10	Cambio de base y forma diagonal
31	9 Vi	5.4	5.4: 1,2,4,6	Transformaciones Hermitianas
32	12 Lu	5.5	5.5: 6,7,9,12,13	Reformulación del teorema de descomposición espectral
33	13 Ma	5.6	5.6: 5,6,7	Transformaciones Unitarias
34	15 Ju	PARCIAL 2		
35	16 Vi	Corrección		
	17 Vi	Último día de Retiros		
	19 Lu	Fiesta		
36	20 Ma	Goloviná: 8.1-8.3		Espacios semi y pseudo euclidianos
37	22 Ju	8.4		Transformaciones pseudo-ortogonales
38	23 Vi	8.5		Principio de relatividad de Galileo
39	26 Lu	8.6		Principio de relatividad de Einstein
40	27 Ma	8.7		Transformaciones de Lorentz
41	29 Ju	8.8		Algunos resultados de las fórmulas de Lorentz
42	30 Vi	6.1-6.2	6.1: 1,2,3; 6.2: 2,3	Matrices triangulares
43 Abr	2 Lu	6.3	6.3: 1,2,3,4	Reducción a la forma triangular
44	3 Ma	6.4	6.4: 1,2,3,4	Casos de matrices hermitianas y unitarias
45	5 Ju	6.5	6.5: 1,2,3,4	Funciones de transformaciones lineales o matrices
46	6 Vi	6.6	6.6: 1,2,3	Subespacios característicos

#### RECESO: SEMANA SANTA Abril 9-14

47	16 Lu	6.7	6.7: 1,2	Descomposición de operadores lineales
48	17 Ma	6.8-6.9	6.8: 1,2,3	Transformaciones nilpotentes y la forma normal de Jordan
49	19 Ju	Ejercicios		
50	20 Vi	7.1-7.2	7.2: 1,2,3	Formas Multilineales; tensores
51	23 Lu	7.3	7.3: 3,5,6,7	Espacios vectoriales duales
52	24 Ma	7.4	7.4: 1,2,4,9,11	Tensores sobre un espacio vectorial
53	26 Ju	Ejemplos de Tensores		
54	27 Vi	Ejemplos de Tensores		
55	30 Lu	Repaso		
May	1 Ma	Fiesta		
56	3 Ju	PARCIAL 3		
57	4 Vi	Corrección		

#### Exámenes Finales: 7 al 19 de Mayo