

# Geometría Euclidiana y No Euclidiana

## MATE-270 sección 01

### Semestre I de 2000

#### Temática:

La estructura axiomática que dio Euclides a la geometría ha sido desde entonces el paradigma de la matemática. Este modelo pareció resquebrajarse durante el siglo pasado con una geometría “diferente”, propuesta por Bolyai y Lobachevsky. Sin embargo, el impasse se resolvió aclarando y fortaleciendo el paradigma axiomático.

Este curso intenta responder dos preocupaciones históricas:

- ¿Qué es un sistema axiomático formal?
- ¿Cómo imaginarnos geometrías diferentes sin caer en contradicciones?

#### Pre-requisitos:

Cálculo Diferencial (01111) y Geometría Analítica (01115) o autorización del Departamento. (Para casos excepcionales 01115 puede ser un correquisito.)

#### Objetivos:

A través de una teoría particular, la geometría, el estudiante deberá:

- Comprender la razón de ser de un sistema formal axiomático y su *modus operandi*;
- Usar su imaginación para hacer conjeturas respecto a resultados del sistema axiomático;
- Comprobar la validez o falsedad de conjeturas con una demostración o un contra-ejemplo;
- Resolver problemas referentes al sistema axiomático y sus modelos.

El curso también trata de lograr que el estudiante pueda estudiar un libro riguroso de matemáticas y se exprese correctamente con el lenguaje matemático en presentaciones orales y escritas.

#### Contenidos:

1. Nociones Preliminares  
Axiomas y modelos; conjuntos y relaciones de equivalencia; funciones.
2. Geometría de incidencia y métrica  
Definición y modelos de geometría de incidencia; geometría métrica; sistemas especiales de coordenadas.
3. Interestancia y Figuras Elementales  
Descripción alternativa del plano euclidiano; interestancia; segmentos y rayos; ángulos y triángulos.
4. Separación del Plano  
El axioma de separación del plano (ASP); ASP para los planos euclidiano e hiperbólico; geometrías de Pasch; teorema del travesaño; cuadriláteros convexos.
5. Medida de Ángulos  
La medida de un ángulo; plano de Moulton; perpendicularidad y congruencia de ángulos; medidas de ángulos euclidiana e hiperbólica.
6. Geometría Neutral  
Axioma lado-ángulo-lado (LAL); teoremas de congruencia de triángulos; teorema del ángulo exterior; triángulos rectángulos; círculos y sus tangentes; (teorema de los dos círculos).

7. Teoría de Paralelas  
Existencia de paralelas; cuadriláteros de Saccheri; función crítica.
8. Geometría Hiperbólica  
Rayos y triángulos asintóticos; suma de ángulos y defecto de un triángulo; distancia entre dos paralelas.
9. Geometría Euclidiana  
Formas equivalentes del 5º postulado de Euclides; teoría de semejanza; algunos teoremas clásicos.
10. Área  
La función área; la existencia del área euclidiana; la existencia del área hiperbólica.
11. Teoría de Isometrías  
Reflexiones y el axioma del espejo; el axioma LAL en el plano hiperbólico

## Evaluación:

3 Exámenes Parciales	(15% c/u)	45%
Exposición		20%
Tareas y participación		15%
Examen Final		20%

## Texto:

Millman, Richard S. y Parker, George D. *Geometry: A metric approach with models*. Springer-Verlag UTM, 1981.

## Bibliografía adicional:

Coxeter. *Introduction to Geometry*. Wiley.  
 Choquet. *Geometry in a Modern Setting (L'enseignement de la géométrie)*. Hermann.  
 Meserve e Izzo. *Fundamentals of Geometry*. Addison-Wesley.  
 Moise y Downs. *Geometry*. Addison-Wesley.

## Programa:

No.	Fecha	Teoría	Ejercicios
1 Enero	18 Ma	Introducción	
2	20 Ju	1.1-2.1	2.1B: 2,3,4,5
3	21 Vi	2.1-2.2	2.1B: 8,9,10; 2.2B: 2,5,6
4	24 Lu	2.3	2.3B: 2,3
5	25 Ma	Ejercicios	
6	27 Ju	3.1	3.1B: 4
7	28 Vi	3.2-3.3	3.2B: 1; 3.3A: 4,11,12;
8	31 Lu	3.4	3.3B: 2; 3.4A: 5,6
9 Febrero	1 Ma	Ejercicios	
10	3 Ju	4.1	4.1B: 2,9,10
11	4 Vi	4.2	4.2A: 4,5
12	7 Lu	4.3	4.3A: 1; 4.3B: 2,3
13	8 Ma	4.4	4.4A: 5,9,10
14	10 Ju	4.5	4.4B: 2,4,5
15	11 Vi	Ejercicios	
16	14 Lu	I Parcial	

17	15 Ma	Corrección	
18	17 Ju	5.1	5.1A: 4,6; 5.1B: 2
19	18 Vi	5.2	5.2A: 10; 5.2B: 2
20	21 Lu	5.3	5.3A: 16; 5.3B: 2, 7
21	22 Ma	5.4	5.4A: 7
22	24 Ju	5.4	
23	25 Vi	Ejercicios	
24	28 Lu	6.1	6.1A: 4,9; 6.1B: 1,2
25	29 Ma	6.2	6.2A: 1,4; 6.2B: 2
26 Marzo	2 Ju	6.3	6.3A: 6,9; 6.3B: 1
27	3 Vi	6.4	6.4A: 5,6,12; 6.4B: 3
28	6 Lu	6.5	6.5B: 1, 12,15
	<b>7 Ma</b>	<b>Carnaval</b>	
29	9 Ju	6.7	
30	10 Vi	Ejercicios	
31	13 Lu	7.1	7.1A: 6,11; 7.1B: 1,3
32	14 Ma	7.2	
33	16 Ju	7.2	7.2A: 1,2,19,23; 7.2B: 4,6
	<b>17 Vi</b>	<b>Ultimo día de retiros</b>	
34	17 Vi	7.3	
	<b>20 Lu</b>	<b>Fiesta</b>	
35	21 Ma	7.3	7.3A: 1,3,4; 7.3B: 5,6
36	23 Ju	Ejercicios	
37	24 Vi	II Parcial	
38	27 Lu	Corrección	
39	28 Ma	8.1	8.1A: 4,5,6; 8.1B: 3
40	30 Ju	8.1-8.2	8.2A: 2,6,10; 8.2B: 3
41	31 Vi	8.2-8.3	8.3A: 5,8,12
42 Abril	3 Lu	8.3	8.3B: 1,2
43	4 Ma	Ejercicios	
44	6 Ju	9.1	9.1A: 4,6,11,15; 9.1B: 2
45	7 Vi	9.2	
46	10 Lu	9.2	9.2A: 6,7,8,9,13; 9.2B: 1
47	11 Ma	9.3	9.3A: 4,5,7; 9.3B: 3
48	13 Ju	Ejercicios	
49	14 Vi	10.1-10.2	10.1A: 9,10; 10.1B: 2,3
	<b>Semana Santa</b>		
50	24 Lu	10.2	10.2A: 5,6
51	25 Ma	10.3	10.3A: 1,2,3
52	27 Ju	10.3	10.3B: 1
53	28 Vi	Ejercicios	
Mayo	<b>1 Lu</b>	<b>Fiesta</b>	
54	2 Ma	III Parcial	
55	4 Ju	11.8	
56	5 Vi	11.8	

**Exámenes Finales: 11 a 22 de mayo**