Cálculo Diferencial - Taller No. 4

Universidad de los Andes - Departamento de Matemáticas

1. Si $f'(t) = \dfrac{(1-t)(1+t)}{t}$ y $f(1) = 1$, encuentre $f(t)$.
2. Estime el área debajo de la gráfica de $f(x) = \sin x$ desde 0 y π usando tres subintervalos y los puntos medios.
3. Utilazando sumas de Riemann halle el valor de la integral definida $\displaystyle\int_2^5 x^2\ dx$.
4. Si $F(x) = \displaystyle\int_0^x (1+2t+2^{-t})^2 dt$, encuentre $F(0)$ y $F'(0)$.
5. Halle $g'(x)$ donde $g(x) = \displaystyle\int_{\cos x}^{5x} \cos(t^2)\ dt$.
6. Si $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)dt$, donde $f(t) = \displaystyle\int_0^{\sin t} \sqrt{1+u^4}\ du$, encuentre $F''(x)$.
7. Si $\displaystyle\int_a^x f(t)\ dt = x^2 - x^3$, ¿cual es el valor de $f(4)$?
8. Encuentre una función $f(x)$ y un número a tales que $6 + \displaystyle\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}$.
9. Si $F(x) = \displaystyle\int_2^{2x} e^{-t^2}\ dt$, calcule $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{e^x F(x)}{x-1}$.
10. Evalúe los siguientes límites:

    (i) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^5}{n^6}$

    (ii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{2}{n} \left[\left(1+\frac{2i}{n}\right)^2 - 1\right]$

    (iii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\pi}{6n} \sum_{i=1}^{n} \tan\left(\frac{i\pi}{6n}\right)$

11. Evalúe la integral.

    (i) $\displaystyle\int_{-3}^{0} \left(|x| - \sqrt{9-x^2}\right)\ dx$

    (ii) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x\sin(x^2)\ dx$

    (iii) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{1-x^2}\ dx$

(iv) $\displaystyle\int (2x+1)5^{x^2+x+1}\ dx$

(v) $\displaystyle\int \frac{1+x}{1+x^2}\ dx$

(vi) $\displaystyle\int_{-1}^{2} x\sqrt{x+2}\ dx$

(vii) $\displaystyle\int \frac{\cos(\ln x)}{x}\ dx$

(viii) $\displaystyle\int_{-1}^{2} (|2x-1|+|x|)\ dx$

12. Evalúe $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x+1}{e^x+x}\ dx$ y úsela para evaluar $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-x}{e^x+x}\ dx$.

13. Encuentre el área de la región acotada por la parabola $y=x^2$, su recta tangente en $(1,1)$, y el eje x.

14. Calcule el área de la región delimitada por las curvas $y=\sin x$ y $y=\sin 2x$, $0\leq x\leq \frac{\pi}{2}$.

15. Considere la región limitada por las curvas $y=3x^2$, $y=8x^2$ $4x+y=4$, $x\geq 0$. Halle el área de la región.

16. (i) Bosqueje la región limitada por las curvas $y^2=2x$, $2x+y=2$.
    (ii) Calcule el área de esa región.
    (iii) Calcule el volumen del sólido que se forma al girar la región descrita en (i) alrededor de la recta $y=-2$.

17. Considere la región limitada por la curvas $y=2x-x^2$ y $y=x$. Hallar
    (i) El área de la región.
    (ii) El volumen del sólido que se obtienen al girar la región alrededor del eje x.
    (iii) El volumen del sólido que se obtienen al girar la región alrededor de la recta $x=2$.

18. La región delimitada por las graficas de $y=Ae^x$, $y=0$, $x=0$ y $x=\ln 3$ se hace girar alrededor del eje x, lo que genera un sólido de revolución. Calcule el valor positivo de la constante A para que dicho solido de revolución tenga un volumen de 16π.