

# Temas examen de área: ANÁLISIS

Departamento de Matemáticas

Universidad de los Andes, 2014

## 1. TOPOLOGIA DE ESPACIOS MÉTRICOS:

- Enumerabilidad,
- Espacios Métricos
- Compacidad, Conexidad.

## 2. SUCESIONES Y SERIES:

- Convergencia
- Convergencia Absoluta
- Sucesiones de Cauchy
- Límite Superior e Inferior
- Test de la Raíz
- Test de la Razón
- Series de Potencias
- Suma y Multiplicación de Series.

## 3. CONTINUIDAD:

- Límites de Funciones
- Funciones Continuas
- Continuidad y Compacidad
- Continuidad y Conexidad.

## 4. DIFERENCIACIÓN:

### Caso 1 dimensión:

- Definición de derivada
- relación entre diferenciabilidad y continuidad
- Teorema del Valor Medio
- Teorema de Taylor.

### Caso Varias Dimensiones:

- Definición de diferenciabilidad
- Teorema de la Función Inversa
- Teorema de la Función Implícita
- Teorema de Taylor.

## 5. INTEGRACIÓN (RIEMANN):

- Integral de Riemann (en cualquier dimensión)
- Caracterización de Funciones Riemann Integrables
- Teorema de Fubini
- Teorema de Cambio de Variables.

## 6. SUCESIONES Y SERIES DE FUNCIONES:

- Convergencia Uniforme
- Continuidad y Convergencia Uniforme
- Diferenciación y Convergencia Uniforme

- Integración y Convergencia Uniforme
- Teorema de Arzela-Ascoli
- Teorema de Stone-Weierstrass (aproximación por polinomios)

**7. VARIETADES, TENSORES Y FORMAS:**

- Variedades
- Tensores
- Formas
- Integración de Formas
- Teorema de Stokes (en simplejos y variedades)

**8. TEORIA DE LA MEDIDA:**

- Espacios de Medida
- Funciones Medibles
- La Medida de Lebesgue
- Integral de Lebesgue
- Lema de Fatou
- Teorema de Convergencia Monótona
- Teorema de la Convergencia Dominada
- Espacios de Funciones Medibles ( $L^p$ )
- Comparación entre las Integrales de Lebesgue y Riemann.

**9. ANALISIS FUNCIONAL:**

- Espacios de Banach
- Transformaciones Lineales Acotadas
- Espacios Duales
- Convergencia Débil vs. Convergencia Fuerte
- Teorema del Gráfico Cerrado
- Teorema de La Aplicación Abierta
- Teorema de Banach-Steinhaus
- Espacios de Hilbert
- Teorema de Representación de Riesz
- Series de Fourier
- Bases Ortonormales.

**BIBLIOGRAFIA**

Rudin W., Principles of Mathematical Analysis,  
 Apostol T. Análisis Matemático,  
 Elementos de Análisis Funcional, T. Abuabara, J. Lesmes  
 Rudin W., Real and Complex Analysis, 3er Edition  
 Cohn, Measure Theory  
 Munkres, James R. Analysis and manifolds.